KOMPLEX SOKASÁGOK
MSC-doktori iskola
2020. 2. félév.
2. gyakorlat

1. (a) Bizonyítsuk be, hogy bármely két különböző $\mathbb{P}^2$ beli ponton át pontosan egy projektív egyenes megy át.

   (b) Bizonyítsuk be, hogy $\mathbb{P}^2$-ben bármely két különböző projektív egyenesnek pontosan egy közös pontja van.

2. (a) Adjunk meg egy olyan $f : \mathbb{C}_* \to \mathbb{C}^2$ holomorf beágyazást, amelyre a kép egy zárt komplex részsokaság lesz.

   (b) Mutassuk meg, hogy $GL(n, \mathbb{C})$ Stein.

3. (a) Igazoljuk, hogy $\mathbb{P}^2$-ben a $M := \{z_0 z_1 - z_2^2 = 0\}$ egy komplex részsokaság, amelyet az $L_0 = \{z_0 = 0\}$ és $L_1 = \{z_1 = 0\}$ egyenesek érintenek. Mi lesz az érintési pontokon átmenő egyenes egyenlete?

   (b) Mutassuk meg, hogy M biholomorf $\mathbb{P}^1$-el.

4. Legyen $d \in \mathbb{Z}$. Határozzuk meg az összes $f \in \mathcal{O}(\mathbb{C}^n)$, d- homogén függvényt.

5. Bizonyítsuk be, hogy $\mathbb{C}^2$-ben az

   $$A = \{(z_1, z_2) \mid e^{z_1} = z_2\}$$

   komplex részsokaság, de nem affin algebrai.

6. Bizonyítsuk be, hogy minden kompakt, összefüggő komplex Lie csoport kommutatív.

7. $$M := \{(z, w) \in \mathbb{C}^2 \mid z^2 = w^3\}$$

   a) Mutassuk meg, hogy M nem komplex részsokaság.

   b) Igazoljuk, hogy M homeomorf $\mathbb{C}$-vel.