

Komplex függvénytan gyakorlat, 2022. május 9.

11.1. Keressünk olyan lineáris törtfüggvényt, mely az adott pontokat a megadott pontokba viszi.

a) $-i, i, 2i \mapsto \infty, 0, 1/3$,

b) $1, i, -1 \mapsto 1, 0, -1$.

11.2. $T(z) = \frac{z+1}{-z+1}$.

a) $T^{-1} = ?$

Hová képezi T a megadott halmazokat?

b) $\{|z| = 1\}$ c) $\{|z| < 1\}$ d) $\{|z| > 1\}$.

11.3. Az f függvény holomorf a $D = \{|z| \leq 1\}$ zárt körlap egy kis környezetében és $|z| = 1$ -re $|f(z)| < 1$. Mutassuk meg, hogy f -nek pontosan egy fixpontja van D -ben.

11.4. Hová képezi az e^z függvény az alábbi tartományokat? Konform-e? Azokban az esetekben, amikor az, határozzuk meg az inverz leképezést is.

a) $D = \{z = x + iy \mid -\pi < y < \pi\}$ b) $D = \{z = x + iy \mid 0 < y < \pi\}$

c) $D = \{z = x + iy \mid -\pi < y < \pi, x > 0\}$ d) $D = \{z = x + iy \mid 0 < y < \pi, x < 0\}$

11.5.

Hová képezi a z^2 függvény az alábbi tartományokat? Konform-e? Azokban az esetekben, amikor az, határozzuk meg az inverz leképezést is.

a) $D = \{z = x + iy \mid y > 0\}$ b) $D = \{z = x + iy \mid x > 0\}$

11.6. Képezzük le konform módon a felső félsíkra:

a) $D = \{z = x + iy \mid y > 0\} \setminus [0, i]$

b) $D = \{z = x + iy \mid y > 0\} \setminus \{z = iy \mid y \geq 1\}$

11.7.

$$\sum_{k=-\infty}^{\infty} \frac{1}{k^2 + 1} = ?$$

11.8.

$$\sum_{k=-\infty}^{\infty} \frac{1}{k^4 + 1} = ?$$