

Többszörös analízis 1, vizsgatematika

Osztatlan matematikatanár szak 2020. őszi

Improprius integrálok: improprius integrálok konvergenciája és divergenciája $[a, \infty)$, $(-\infty, a]$, $(-\infty, \infty)$, $[a, b]$ típusú intervallumokon, $\int_1^{\infty} \frac{1}{x^\alpha} dx$, ill. $\int_0^1 \frac{1}{x^\alpha} dx$ mikor konvergens, $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{x^2+1} dx$, $\int_0^{\infty} \sin x dx$. Improprius integrál és műveletek kapcsolata, improprius integrál abszolút konvergenciája, majorizáció, minorizáció. $\int_1^{\infty} e^{-x^2} dx$, $\int_1^{\infty} \frac{\sin x}{x^2} dx$, $\int_1^{\infty} \frac{\sin x}{x} dx$, $\int_1^{\infty} \left| \frac{\sin x}{x^2} \right| dx$, integrálkritérium, hiperharmonikus sorok.

Taylor sorok: Elégséges feltétel a konvergenciához, $\sin x$, $\cos x$, e^x , $\operatorname{ch} x$, $\operatorname{sh} x$ Taylor sora.

Hatványsorok: geometriai sor. Konvergenciahalmaz(=KH), példák a lehetséges KH típusokra, hatványsor konvergenciája, abszolút konvergenciája, konvergenciasugár, Cauchy-Hadamard tétel, hatványsor deriválhatósága, Abel folytonossági tétele, Taylor sor és hatványsor kapcsolata, hatványsor összegfüggvényének és az együtthatóinak kapcsolata. $\operatorname{arctg} x$ Taylor sora, formula $\frac{\pi}{4}$ -re. Generátorfüggvény módszer, Fibonacci sorozat, zárt alak az n . tagra.

Az \mathbb{R}^p tér: műveletek, vektor hossza, távolság, skalárszorzat, Cauchy-Schwarz-Bunyakovszkij egyenlőtlenség, számtani és négyzetes közép összehasonlítása, háromszög egyenlőtlenség, különböző távolságfogalmak \mathbb{R}^p -ben, n -dimenziós nyílt, zárt gömb, gömb határa, \mathbb{R}^p -beli konvergencia, határérték és műveletek, korlátosság és konvergencia, Bolzano-Weierstrass tétel.

Ponthalmazelmélet: külső pont, belső pont, határpont, n -dimenziós gömb belseje, külseje, határhalmaza, torlódási pont, izolált pont, nyílt halmazok, zárt halmazok. Nyílt ill. zárt halmazok metszetére, uniójára vonatkozó tétel, zárt halmaz és konvergencia kapcsolata, korlátos és zárt halmaz jellemzése.

Többszörös függvények határértéke: grafikon, szintvonalak, környezet, pontozott környezet, határérték fogalma \mathbb{R}^p -ben, $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^2 y}{x^2 + y^2}$, átviteli elv, $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x}{y}$, $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{xy}{x^2 + y^2}$, határérték és műveletek.

Folytonosság: folytonosság \mathbb{R}^p -ben, koordinátafüggvények, átviteli elv, folytonosság és műveletek, többszörös polinomok, racionális törtfüggvények.

Szélsőértékek: abszolút ill lokális maximum, minimum fogalma, Weierstrass tétele \mathbb{R}^p -ben, adott körbe írható háromszögek területe mikor maximális, izoperimetrikus probléma, szekciófüggvények, lokális szélsőértékek és a parciális derivált kapcsolata.

Differenciálhatóság: parciális deriválhatóság, kapcsolat a folytonossággal, totális differenciálhatóság \mathbb{R}^2 -ben, gradiensvektor, érintősíkc, totális differenciálhatóság és parciális deriválhatóság kapcsolata, totális differenciálhatóság és folytonosság kapcsolata, elégséges feltétel a totális differenciálhatósághoz, folytonosan deriválható függvények, kétváltozós polinomok és racionális függvények deriválhatósága, totális derivált és műveletek, lánc-szabály, iránymenti derivált definíciója, kiszámítása, iránymenti derivált milyen irányban maximális, minimális. Egyváltozós Taylor polinomok. Kritikus pontok viselkedése $f''(a)$ ismeretében. Magasabb rendű parciális deriváltak \mathbb{R}^2 -ben, Euler-Young tétel, kétváltozós Taylor polinomok, kvadratikus alakok és osztályozásuk, Hesse mátrix, elégséges feltétel lokális szélsőérték létezésére.

p -változós függvények differenciálhatósága: totális deriválhatóság \mathbb{R}^p -ben, parciális derivált és totális derivált kapcsolata, elégséges feltétel a totális differenciálhatósághoz, p -változós polinomok és racionális törtfüggvények differenciálhatósága, vektorértékű függvények differenciálhatósága, Jacobi mátrix, vektorértékű függvények totális deriválhatóságának és koordinátafüggvényei totális differenciálhatóságának kapcsolata.